

2ª Fase – Nível III

Aluno(a): _____

Escola: _____

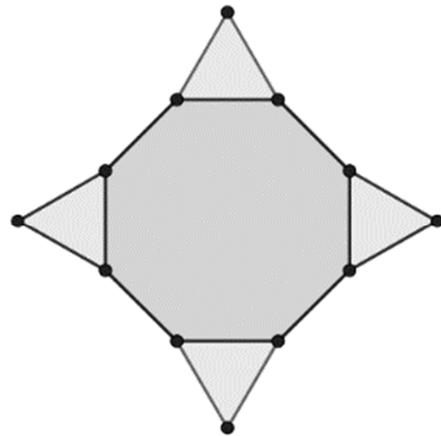
Município: _____

01. Jorge, um dos fiéis torcedores do Esporte Clube Arroz Doce, observou que as quantidades de derrotas, empates e vitórias de seu time, em um campeonato de futebol no qual disputou 21 jogos, formavam, nessa ordem, uma progressão geométrica crescente. Sabe-se ainda que cada vitória vale 3 pontos; cada empate, 1 ponto e que a derrota não tem pontuação.

Sabendo que o Esporte Clube Arroz Doce sofreu mais de uma derrota nesse campeonato, quantos pontos ele fez?

- A) 18
- B) 24
- C) 30
- D) 36
- E) 42

02. Após se tornar o Hokage, ninja líder da Vila Oculta da Folha, Naruto Uzamaki decidiu aprimorar as shurikens da Vila, armas metálicas afiadas em forma de estrela de quatro pontas. Para isso, ele consultou Gorou Tetsuya, um renomado ferreiro da Aldeia, que apresentou um novo modelo de shuriken em formato de prisma, cuja base é composta por um octógono regular, cujos lados medem 2 cm , e quatro triângulos equiláteros, conforme a figura abaixo. Para a confecção de uma shuriken, Gorou Tetsuya utilizou uma chapa de metal de espessura constante.



Qual a área da base, em cm^2 , do novo modelo de shuriken?

- A) $8\sqrt{3} + 8\sqrt{2} + 8$
- B) $4\sqrt{3} + 8\sqrt{2} + 8$
- C) $8\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 8$
- D) $8\sqrt{3} + 8\sqrt{2} + 4$
- E) $4\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 4$

03. João e Bruna são membros de um mesmo clube de jogadores de damas. Nesse clube, sempre que um membro deseja jogar damas, ele acessa um aplicativo que seleciona aleatoriamente outro membro como adversário, agendando dia e horário para uma partida online do jogo. O aplicativo também mostra o histórico das partidas assim disputadas por cada um dos membros do clube. No histórico de João, nota-se que, de cada 10 partidas disputadas, ele venceu cinco, empatou três e perdeu duas. Já no histórico de Bruna, percebe-se que, de cada 10 partidas disputadas, ela venceu sete, empatou duas e perdeu uma. Uma partida online de damas foi agendada para hoje, entre João e Bruna.

Considerando os dados dos históricos, qual é a probabilidade de João vencer a partida entre ele e Bruna?

- A) 5%
- B) 10%
- C) 15%
- D) 20%
- E) 25%

04. Adicionando-se a cada um dos números 4, 76, 180 um mesmo valor inteiro positivo n , obtém-se os quadrados de três termos consecutivos de uma progressão aritmética.

Nessas condições, é correto afirmar que o valor absoluto da soma dos três termos da progressão é igual a

- A) 33.
- B) 37.
- C) 41.
- D) 45.
- E) 49.

05. Certo professor do IFCE é conhecido por procurar padrão em quase tudo que lhe é apresentado. Quando esse professor leu que as inscrições para a OMIFCE se iniciaram no mês 8 do ano 2024 e que, no último dia, as inscrições terminavam às 17h, ele percebeu que

$$2 + 0 + 2 + 4 = 1 + 7 = 8,$$

isto é, ao somarmos tanto os dígitos do número que representa o ano quanto os do número que representa a hora do término das inscrições, obtemos 8 como resultado, o número do mês do início das inscrições.

Trabalhando com esse padrão observado, o professor listou, em ordem crescente, todos os números com menos de cinco algarismos com essa propriedade, ou seja, números cuja soma dos dígitos é oito, obtendo a sequência

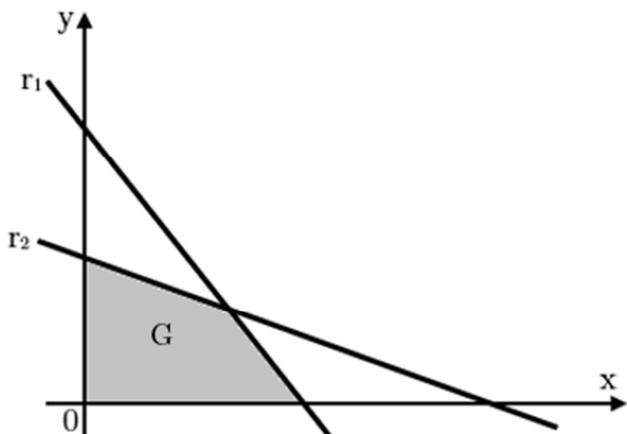
$$(8, 17, 26, 35, \dots, 2024, \dots, 8000).$$

Nessa sequência escrita pelo professor, qual é a posição ocupada pelo número 2024?

- A) 68^{a}
- B) 76^{a}
- C) 84^{a}
- D) 91^{a}
- E) 99^{a}

06. A região G sombreada a seguir é definida por:

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y \leq 6 \text{ e } 2x + 5y \leq 10\}$$



Quando o ponto (x, y) pertence a G , qual o valor máximo que a expressão $E = x + 2y$ pode assumir?

- A) $\frac{23}{11}$
- B) 3
- C) 4
- D) $\frac{46}{11}$
- E) 5

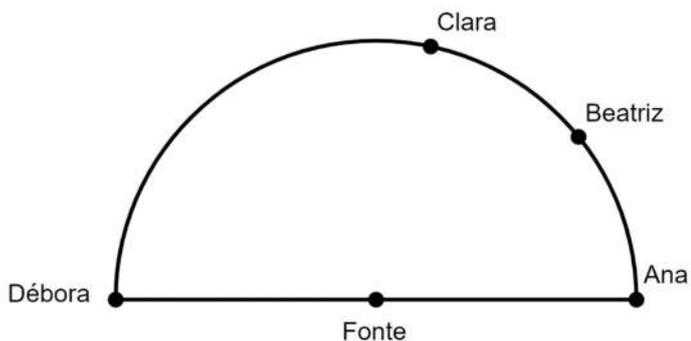
07. Quantas soluções reais a equação $\sqrt{1 + \sqrt{1 + x}} = \sqrt[3]{x}$ apresenta?

08. Determine o número inteiro positivo x , tal que

$$\frac{x}{432} = 0,0\overline{a25},$$

em que a é um dígito e $0,0\overline{a25} = 0,0a25a25a25\dots$ é uma dízima periódica cujo período é $a25$.

09. Quatro amigos, Ana, Beatriz, Clara e Débora, se encontram dispostas em uma praça em formato de uma semicircunferência, com uma fonte em seu centro. A distância entre Ana e Beatriz é de 6 metros e a distância entre Beatriz e Clara é também de 6 metros. Sabe-se ainda que a distância entre Ana e Débora é de 18 metros e que todas as distâncias foram tomadas em linha reta. A figura abaixo ilustra a situação.



Qual a distância, em metros, entre Clara e Débora?

10. Mariana possui um brinquedo que consiste em um cubo cujas faces são coloridas com as cores azul, amarela, vermelha, verde, lilás e laranja. Nesse brinquedo, as faces podem ser desmontadas e remontadas em qualquer ordem. Em determinada ocasião, Mariana desmontou o cubo e remontou-o em outra ordem das faces, mas quando o colocou sobre a mesa e o girou horizontalmente, reparou que ele estava idêntico ao que era antes de desmontar. Então ela percebeu que essas duas montagens não geravam cubos diferentes.

Quantos cubos diferentes Mariana pode obter ao desmontar e remontar o seu brinquedo?