PROVA DA OMIFCE 2024

1ª Fase – Nível II

01. Durante uma competição de programação, Bruna recebeu um desafio interessante. Para vencê-lo, ela deve transformar um número inicial em outro número (alvo), utilizando a menor quantidade possível de operações. Cada operação permite que ela permute dois dígitos adjacentes (vizinhos).

Quantas operações Bruna deve realizar para transformar o número 1 529 no alvo 9 512, vencendo o desafio?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

02. Um Técnico de Laboratório Industrial precisa preparar 500 mL de uma solução que contém 10% de certo ácido. Para isso, ele misturará duas soluções homogêneas, A e B, que contém, respectivamente, 25% e 5% desse ácido.

Quantos mL de cada uma dessas soluções o Técnico deve misturar para obter a solução desejada?

A) 100 mL da solução A e 400 mL da solução B.

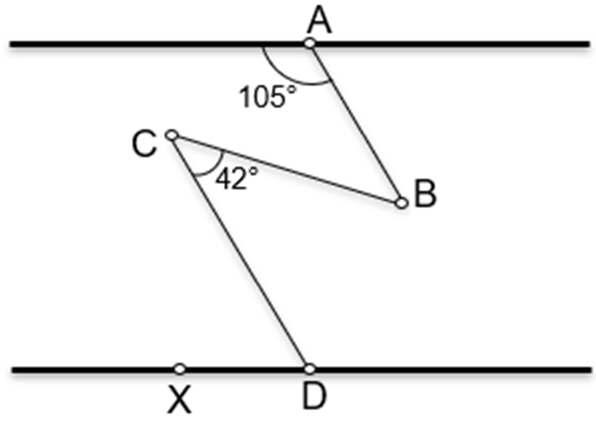
B) 125 mL da solução A e 375 mL da solução B.

C) 150 mL da solução A e 350 mL da solução B.

D) 175 mL da solução A e 325 mL da solução B.

E) 200 mL da solução A e 300 mL da solução B.

03. A figura representa a trajetória de um barco que navega em zigue-zague entre as margens de um rio, em um trecho no qual as margens são paralelas.



Sabe-se que a medida do ângulo $C\widehat{D}X$ é o dobro da medida do ângulo $A\widehat{B}C$.

Nessas condições, pode-se inferir que o ângulo $A\widehat{B}C$ mede

A) 39°.

B) 41°.

C) 43°.

D) 45°.

E) 47°.

04. Sabe-se que x e y são números reais positivos tais que $x+y=65$ e $\sqrt{xy}=28$.

Nas condições apresentadas, qual é o valor numérico de x^2+y^2?

A) 2 377

B) 2 657

C) 3 441

D) 4 169

E) 4 197

05. Uma professora está organizando uma competição de matemática na escola e deseja premiar os alunos que se destacarem, entregando a cada um deles um pacote com brindes. Para isso, ela dispõe de 84 brindes e decidiu distribuí-los colocando exatamente n brindes em cada pacote, sem que sobre algum brinde.

Quantos são os possíveis valores de n?

A) 4

B) 6

C) 8

D) 10

E) 12

06. Antônio e Bruno são dois amigos que compartilham o mesmo interesse por leitura e Matemática. Antônio perguntou a Bruno quantos livros ele tinha em sua biblioteca particular. Bruno, que gosta bastante de charadas, deu as seguintes dicas sobre o numeral que representa, no sistema de numeração decimal, o número de livros que possui:

Dica 1: “é maior do que 100 e menor do que 600.”

Dica 2: “o algarismo da terceira ordem é par.”

Dica 3: “o algarismo da primeira ordem é múltiplo de quatro.”

Dica 4: “o quociente da divisão do dígito das dezenas pelo das unidades é exatamente igual ao dígito das centenas.”

Após pensar um pouco, Antônio disse corretamente a quantidade de livros que Bruno possui, resolvendo o desafio.

Quantos livros possui a biblioteca particular de Bruno?

A) 482

B) 404

C) 428

D) 284

E) 288

07. Considere um retângulo cujos lados consecutivos e diagonal medem, respectivamente, x, y e d unidades de comprimento e cuja superfície mede A unidades de área. Sabe-se que a razão entre o perímetro e a diagonal desse retângulo é igual a $\sqrt{8}$.

Nessas condições, é correto afirmar que a área A, em função da medida d da diagonal, é dada por

A) $A = \frac{\sqrt{2}}{2} d^2$.

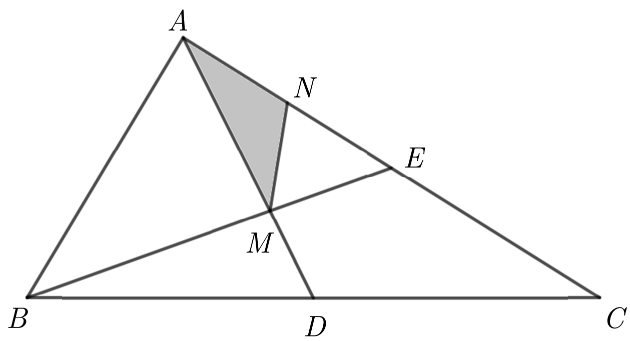
B) $A = \sqrt{2} d^2$.

C) $A = \frac{1}{2} d^2$.

D) $A = d^2$.

E) $A = 2d^2$.

08. Na figura, o triângulo ABC tem área igual a 48 cm^2 e os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{BE}$ são medianas que se intersectam no ponto M.



Sabe-se ainda que N representa o ponto médio do segmento $\overline{AE}$.

Nessas condições, qual a área do triângulo AMN?

A) 4 cm^2

B) 5 cm^2

C) 6 cm^2

D) 7 cm^2

E) 8 cm^2

09. Considere S o conjunto de todos os números inteiros n para os quais a fração $\dfrac{4n+7}{n-2}$ é também um número inteiro.

Qual a soma dos elementos de S?

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

10. Além do divisor 1, que não é primo nem composto, o número natural $N = 2^8 \times 3^{12} \times 1\,001$ apresenta divisores primos e divisores compostos.

Assinale a alternativa cujo número apresentado não é divisor de N.

A) 36

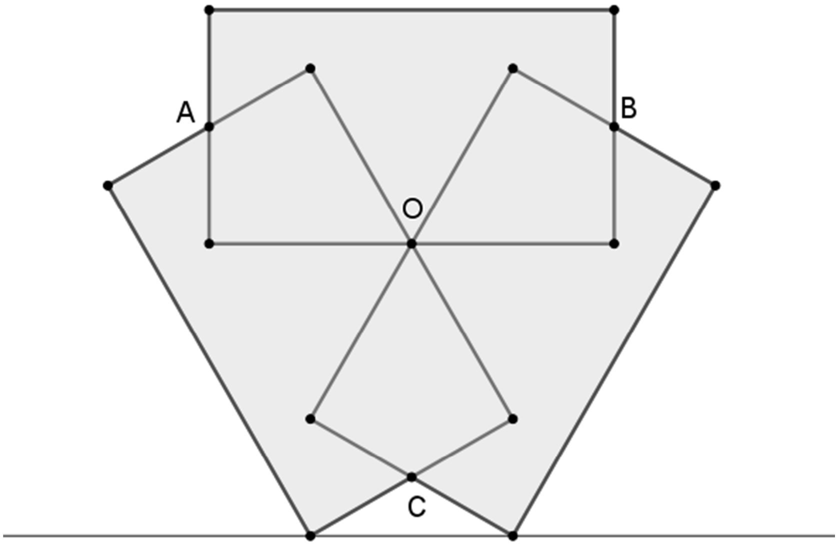
B) 6 006

C) 77

D) 858

E) 343

11. Na fachada de um prédio, será desenhada artisticamente uma figura composta por três retângulos congruentes, cada um com uma área de 8 m^2. No esquema da figura, apresentado a seguir, estão os pontos A, B e C, que são os pontos médios dos lados menores dos três retângulos, e o ponto O, que é simultaneamente ponto médio de três lados maiores dos retângulos.



Qual é a área da região cinza da figura desenhada?

A) 17 m^2

B) 18 m^2

C) 19 m^2

D) 20 m^2

E) 21 m^2

12. Durante os festejos do seu bairro, Miranda se deparou com uma banca que oferecia um jogo intrigante. O jogador aposta certa quantia e lança dois dados idênticos, um após o outro. Se o resultado do segundo dado for maior do que o do primeiro, o jogador vence e recebe da banca o dobro do valor apostado. Analisando esse jogo, Miranda notou que as faces dos dados eram numeradas de 1 a 6 e apresentavam as mesmas probabilidades de ocorrência. Percebendo que se tratava de um jogo honesto, ele calculou corretamente a probabilidade de vencer o jogo e decidiu participar.

Qual a probabilidade de Miranda vencer o jogo?

A) $\frac{2}{5}$

B) $\frac{3}{7}$

C) $\frac{4}{9}$

D) $\frac{5}{12}$

E) $\frac{7}{15}$

13. Um barril A contém 30 litros de água e outro barril B contém 20 litros de puro vinho. Tomam-se simultaneamente x litros de cada barril e permutam-se, gerando uma mistura homogênea de água e vinho nos dois barris. Essa operação se repete várias vezes e pode-se comprovar que a quantidade de vinho em cada barril se mantém constante após a primeira operação.

Quantos litros (x) são trocados em cada operação?

A) Menos de 10 litros.

B) Exatamente 10 litros.

C) Entre 10 e 12 litros.

D) Exatamente 12 litros.

E) Mais de 12 litros.

14. Admita que os pneus dianteiros e traseiros de um automóvel, quando novos, tenham vida útil de 30 000 km e 24 000 km, respectivamente. Com cinco pneus novos (quatro rodando e um de estepe), fazendo rodízio adequado e respeitando a vida útil citada, é possível um automóvel rodar, no máximo, quantos quilômetros?

A) $\frac{112\ 000}{3}\ km$

B) 36 000 km

C) $\dfrac{104\,000}{3}$ km

D) $\dfrac{100\,000}{3}$ km

E) 32 000 km

15. O *Algoritmo da Divisão de Euclides* pode ser enunciado da seguinte forma: "Dados dois inteiros a e b, $b > 0$, existe um único par de inteiros q (quociente) e r (resto) tais que $a = q \times b + r$, com $0 \leq r < b$".

Considerando a igualdade a seguir

$$\frac{972}{157} = x_1 + \cfrac{1}{x_2 + \cfrac{1}{x_3 + \cfrac{1}{x_4 + \cfrac{1}{x_5}}}},$$

em que x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 são inteiros positivos, é correto dizer que a soma $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ é

A) menor do que 19.

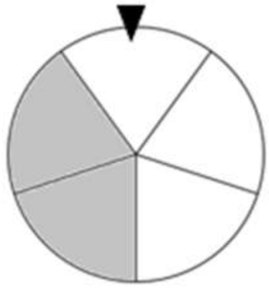
B) igual a 19.

C) igual a 20.

D) igual a 21.

E) maior do que 21.

16. O professor Pardal construiu uma roleta dividindo um círculo de madeira em 5 setores iguais, pintando três deles de branco e os outros dois, de cinza (não branco), conforme mostra figura abaixo.



Em uma de suas aulas, o mestre Pardal girará essa roleta 4 vezes e anotará no quadro, em sequência, o resultado obtido ao final de cada giro: branco (B) ou não branco ($\overline{B}$).

Qual a probabilidade de o professor Pardal obter uma sequência com exatamente um resultado branco e três não brancos (cinzas), nesse experimento?

A) $\dfrac{32}{625}$

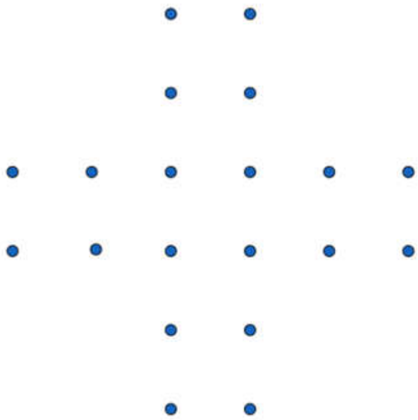
B) $\dfrac{48}{625}$

C) $\dfrac{64}{625}$

D) $\dfrac{80}{625}$

E) $\dfrac{96}{625}$

17. Na figura a seguir, os 20 pontos estão dispostos em forma de cruz, de forma que a distância entre dois pontos consecutivos (de uma mesma horizontal ou vertical) é sempre a mesma.



Quantos quadrados são possíveis construir escolhendo-se quatro desses pontos como vértices?

A) 1

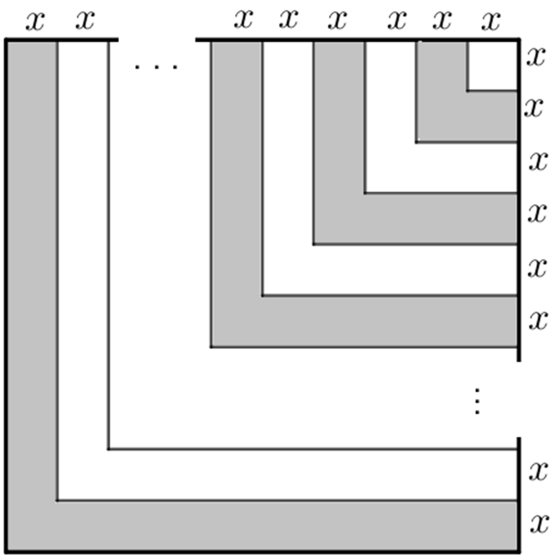
B) 9

C) 21

D) 25

E) 30

18. Um quadrado de lado $10x$ foi dividido em faixas em formato de "L", sendo cada faixa de largura x e ângulos todos retos. Em seguida, essas faixas foram pintadas de modo alternado, da direita para a esquerda, uma branca e outra pintada de cinza, e assim sucessivamente, conforme figura abaixo.



Qual a área pintada de cinza, em função de x?

A) $51x^2$

B) $52x^2$

C) $53x^2$

D) $54x^2$

E) $55x^2$

19. Em comemoração à edição de 2024 da OMIFCE, o professor Pedro criou uma moeda que trazia em uma das faces a logomarca da olimpíada e, na outra, a logomarca do IFCE.

O professor Pedro fez uma exposição de todas as 200 moedas já produzidas, na qual as moedas foram expostas enfileiradas e com a logomarca do IFCE voltada para cima. Ao observar as duzentas moedas, Fabiano começou a manipulá-las seguindo um padrão. Inicialmente, na primeira rodada, Fabiano virou todas as 200 moedas colocando a logomarca da OMIFCE voltada para cima. Logo após, na segunda rodada, ele virou as moedas em posições pares (múltiplas de 2), não mexendo nas demais. Em seguida, na terceira rodada, virou as moedas em posições múltiplas de 3, não mexendo nas demais. Nas rodadas seguintes, Fabiano continuou com o processo, virando as moedas em posições múltiplas de 4, depois as de posições múltiplas de 5, e assim continuadamente até a 200ª rodada, na qual Fabiano virou a moeda de posição múltipla de 200, finalizando a manipulação. Vendo o fascínio de Fabiano pelas moedas, o professor Pedro pegou uma com a logomarca da OMIFCE voltada para cima e deu para ele.

Dentre as alternativas a seguir, qual aquela que pode indicar a posição da moeda recebida por Fabiano?

A) 59

B) 62

C) 64

D) 66

E) 68

20. A soma $S = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ é igual a

A) 1.

B) $\dfrac{3}{2}$.

C) $2\sqrt[3]{2}$.

D) $2\sqrt[3]{5}$.

E) 2.